Handlingsregelen for bruken av oljeformuen – et modellrammeverk for å forstå hva den innebærer

Elise Skjold Rønningen
Mai 2009

Masteroppgave i samfunnsøkonomisk analyse

Økonomisk Institutt
Universitetet i Oslo

Forord

Denne masteroppgaven er en del av graden Master i samfunnsøkonomisk analyse.

Espen R. Henriksen har vært min veileder og det var også han som hadde ideen til oppgaven.

Takk for god veiledning og hyggelige møter!

Innholdsfortegnelse

Hvordan kan enkel økonomisk teori redegjøre for handlingsregelen slik vi kjenner den fra Finansdepartementets hjemmesider? Og kan et formelt rammeverk for regelen øke forståelsen av hva den innebærer? Dette er spørsmålene jeg ønsker å belyse i denne masteroppgaven. Bakgrunnen for problemstillingen er den stadige debatten rundt regelen og de åpenbare misforståelsene av hva handlingsregelen dreier seg om som avsløres. Jeg spesifiserer en stokastisk modell uten trendvekst og finner en numerisk løsning. Resultatet viser at det er optimalt for husholdningene å bruke en relativt fast andel av oljeformuen på konsum og investeringer i hver periode. Dette er i tråd med hva handlingsregelen sier. Videre viser resultatene at optimal bruk av oljeformuen over statsbudsjettet er uten sammenheng med konjunkturforløpet og at også fremtidige generasjoner vil få nytte av oljeformuen.

Handlingsregelen for bruken av oljeformuen – et modellrammeverk for å forstå hva den innebærer

1 Bakgrunn

I Norge har vi, siden våren 2001, hatt en såkalt handlingsregel for bruk av oljepenger over statsbudsjettet. Handlingsregelen går ut på at det strukturelle, oljekorrigerte budsjettunderskuddet på statsbudsjettet i reelle termer tilsvarer forventet internasjonal finansiell realavkastning på kapitalen i Statens Pensjonsfond - Utland ved inngangen til budsjettåret. Den forventede realavkastningen er tallfestet til 4 % p.a. Ved store endringer i fondskapitalen eller i forhold som påvirker det strukturelle underskuddet er det rom for å glatte ut bruken av oljepenger over flere år. Eksempelvis var det strukturelle, oljekorrigerte underskuddet på 3,3 % i 2007, mens regjeringens forslag til statsbudsjett og tiltakspakke pr. 26.01.09 for 2009 er et underskudd på 5,2 %.

Handlingsregelen er under kontinuerlig offentlig angrep fra særlig politikere, men også andre meningsbærere som samfunnsøkonomer. Eksempler fra den løpende debatten er Senterpartiets Liv Signe Navarsete som i Dagens Næringsliv (DN) 9.september 2008 tar til orde for å ” utnytte handlingsregelen fullt ut, og ikke ligge under fire-prosent grensen, slik tilfelle har vært i denne perioden” og videre ”investere deler av oljeformuen i samferdselsinvesteringer innenlands” Fremskrittspartiets finanspolitiske talsmann Ulf Leirstein og medlem av Finanskomiteen Christian Tybring-Gjedde følger opp 15.september i

DN og etterlyser en ny handlingsregel og en reform av statsbudsjettet hvor en skiller mellom forbruk og investeringer. 3.januar 2009 i DN, etterlyser Victor Norman en revurdering av handlingsregelen. ”Handlingsregelen er grei når det gjelder forbruk, men det er ingen grunn til at investeringer i Norge skulle være omfattet av den, sier Norman”

2 Oppgavens innhold

I lys av debatten rundt handlingsregelen med tilhørende misforståelser, samt det faktum at det i forbindelse med utarbeidelsen av handlingsregelen med påfølgende Stortingsvedtak våren 2001 ikke ble presentert et modellrammeverk for regelen, syntes jeg det ville være interessant å se på hva teorien sier om optimal bruk av oljepenger i vår økonomi. Spørsmålet jeg ønsker å besvare er i hvilken grad en dynamisk økonomisk modell, slik som den neoklassiske vekstmodellen hvor en representativ husholdning som lever evig maksimerer velferd under bibeskrankning av nasjonalregnskapssammenhengene og eksistens av en utenlandsk formue, kan redegjøre for handlingsregelen.

Muligens skyldes den ovenstående beskrevne kritikken og mangel på forståelse av hva handlingsregelen innebærer at den aldri har blitt presentert innenfor et slikt formelt modellrammeverk?

Henriksen (2006) har dog sjablongmessig presentert handlingsregelen innenfor en tilsvarende teoretisk ramme. Min analyse er imidlertid kvalitativ og kvantitativt mer eksplisitt og jeg finner en numerisk løsning ved hjelp av dynamisk programmering.

Det er ikke til å undres over at det er diskusjon om og angrep på regelen, fordi det er store verdier oljeformuen representerer. Foruten verdien av petroleumsressursene som fortsatt ligger i bakken, var det ved utgangen av 2008 satt av 2275 milliarder kroner i Statens Pensjonsfond – Utland. Til sammenligning var verdien av all realkapital i Norge på 6202 milliarder kroner, mens for kun fastlands Norge var verdien 5062 milliarder kroner (SSB: Statistikkbanken tabell 05208)

2.1 Hvilke økonomiske utfordringer kan handlingsregelen løse og hva er utenfor dens relevans?

I den offentlige debatten rundt handlingsregelen er det, slik jeg ser det, spesielt tre dimensjoner som stadig er gjenstand for diskusjon og misforståelser. 1) Fordelingen av petroleumsformuen over generasjoner. 2) Separasjon mellom forbruk og inntjening fra petroleumsformuen. 3) Handlingsregelen som et konjunkturpolitisk virkemiddel.

Jeg vil nedenfor kort utdype temaene:

1) Steigum-utvalget (NOU 1988:21) rettet på ny oppmerksomheten mot at oljeformuen også tilhører fremtidige generasjoner og at det er ønskelig med en rettferdig fordeling. Denne ideen er alment akseptert i dag. Spareelementet i handlingsregelen gjør at fremtidige generasjoner kan nyte godt av petroleumsressursene også etter at de har tatt slutt. Denne dimensjonen ved handlingsregelen blir ofte tilsynelatende glemt i mange offentlige meningsutvekslinger.

2) Et hovedtrekk ved regelen er at den gjør myndighetene i stand til å separere den offentlige bruken av oljeinntektene fra det offentliges løpende inntekter fra oljeformuen. Videre lar handlingsregelen oss separere bruken av oljepenger fra størrelsen på underskuddet og størrelsen på offentlige budsjetter og også fra disposisjoner innenfor budsjettet. At vi følger handlingsregelen er følgelig ikke synonymt med at størrelsen på underskuddet og størrelsen på statsbudsjettet samt disposisjonene innenfor budsjettet er optimale. Gang på gang ser en at handlingsregelen angripes fordi en mener at størrelsen på underskuddet ikke er tilpasset konjunktursituasjonen eller at disponeringen av midlene skjer på feil måte. Dette er altså en sammenblanding av konsepter.

3) Fra ovenstående ser vi at handlingsregelen ikke er en del av konjunkturpolitikken. Konjunkturpolitikken er den delen av finanspolitikken som foruten direkte effekt på aktivitetsnivået, forventes å ha implikasjoner for inflasjon og tilhørende rentesetting fra Norges Bank. At handlingsregelen er en integrert del av konjunkturpolitikken er en utbredt misforståelse.

Hva er så handlingsregelen? Jo, handlingsregelen er en tidskonsistent fordelingspolitikk mellom generasjoner som tar husholdningenes preferanser på alvor i form av at en bruker av oljeformuen/oljeinntektene i tråd med husholdningenes vurdering av nytte. Denne nyttevurderingen er igjen påvirket av de forventningene individene i samfunnet har til fremtiden. Dette vil jeg konkretisere nærmere nedenfor ved valg av modellrammeverk og spesifisering av modell.

Innfasingen av oljepenger i norsk økonomi har, foruten Stortingsproposisjonen som førte til at handlingsregelen ble vedtatt våren 2001, vært utredet i en rekke offentlige utredninger. Første gang i "Petroleumsvirksomhetens framtid" (Tempoutvalget) (NOU 1983:27) og senere i "Norsk økonomi i forandring" (Steigum-utvalget) (NOU 1988:21), "En nasjonal strategi for sysselsettingen i 1990-årene" (Sysselsettingsutvalget) (NOU 1992:26) og "En strategi for sysselsetting og verdiskapning" (Holden-utvalget) (NOU 2000:21) Konklusjonene var til dels forskjellige og i stor grad preget av den konjunkturelle situasjonen på utvalgstidspunktet. Tempoutvalget som foreslo at en skulle bruke realavkastningen til et finansielt fond i utlandet er det nærmeste i forhold til dagens løsning; handlingsregelen. Tempoutvalget satte imidlertid ikke dette forslaget inn i et teoretisk rammeverk slik som jeg gjør i denne oppgaven.

2.2 Krav til modell som skal forklare handlingsregelen

En modell som skal forklare handlingsregelen må vise hvordan individene oppnår nytte fra konsum og fritid, og den må vise hvordan individene velger å allokere konsumet over tid. Dette valget må tas på bakgrunn av de ressursene som er tilgjengelige til enhver tid. Samtidig er det krav om at modellen skal generere priser som gjør at markedene for kapital og arbeidskraft klarerer. En slik modell må altså ha et mikroøkonomisk fundament som tar husholdningenes preferanser på alvor.

En versjon av den stokastiske neoklassiske vekstmodellen hvor det ikke er noen trendvekst er en slik modell. I denne modellen er det husholdningenes forventede nytte av konsum og fritid som optimaliseres i hver periode, gitt de ressursbeskrankningene som finnes i landet. Disse beskrankningsstørrelsene kan en finne igjen i nasjonalregnskapet. Nytten er et uttrykk for individenes velferd, slik at det egentlig er total forventet velferd en optimaliserer.

Siden vi lever i en usikker verden har jeg gjort modellen stokastisk ved å implementere usikre prosesser for total faktorproduktivitet og internasjonal finansiell realavkastning. Jeg antar at disse prosessene er ukorrelerte.

Videre antar jeg at økonomien er i steady-state slik at det ikke løpende tilføres midler til petroleumsfondet. Per i dag er det vekst i fondet ved at det tilføres midler og 4 % -regelen gjør at det er vekst i bruken av oljepenger over statsbudsjettet.. Slik vil det være helt til det er slutt på olje- og gassproduksjonen i Norge. Modellen ”starter” altså på dette fremtidige tidspunktet.

Modellen tar ikke stilling til hva handlingsregelen skal brukes på. Dette er en annen debatt og utenfor min mer prinsipielle analyse.

Jeg ønsker i denne oppgaven å undersøke om handlingsregelen kvantitativt kan illustreres ved en veldig enkel modell og det er derfor ikke et hovedanliggende at modellen er kalibrert for norske forhold. Jeg har derfor parametrisert modellen ved å benytte internasjonale referanseverdier.

3 Nærmere om modelløkonomien

I modelløkonomien er det et uendelig antall identiske husholdninger og bedrifter som lever evig. Alle variablene er pr. sysselsatt innbygger.

Husholdningene maksimerer forventet sum av diskontert nytte av privat og offentlig konsum c_t og fritid l_t. En mer intuitiv måte å si dette på er at en ønsker å maksimere nåverdien av velferden til nålevende og fremtidige norske borgere.

$$\underset{\{k_{t+1},a_{t+1},h_t\}_{t=0}^{\infty}}{Max}\ E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t\ u\left(c_{t,} 1-h_t\right) \qquad\qquad 0<\beta<1$$

β er et diskonteringsparameter og angir hvordan individet vurderer nytte av konsum i neste periode relativt til inneværende periode. Beta gir utrykk for husholdingens tålmodighet med hensyn til konsum; jo mer tålmodig individet er, jo høyere verdi for beta og jo mer av konsumet vil en ønske å utsette slik at en totalt sett kan konsumerer mer. Beta < 1 betyr at individet vurderer verdien av nytten i neste periode som lavere enn verdien av den samme nytte i dag. Jeg vil ikke bevise det i denne oppgaven men en forutsetning for eksistensen av steady-state er at beta < 1.

Dette optimeringsproblemet har beskrankninger (1) – (10) ved at det må løses under forutsetning av at de totale ressursene er lik nåverdien av verdiskapningen på fastlandet pluss nåverdien av petroleumsformuen. Periode for periode finner en igjen disse beskrankningene i nasjonalregnskapet. De kan oppsummeres som produksjonstilnærmingen, inntektstilnærmingen og utgiftstilnærmingen samt en bevegelseslov for den finansielle petroleumsformuen. En tenker seg i modellen at petroleumsformuen er representert ved nåverdien av den finansielle delen. Slik vil det være i en økonomi hvor hele petroleumsformuen er omformet til en finansiell utenlandsformue.

Produksjonstilnærmingen av landets produksjon, det vil si verdiskapning målt i realenheter, er:

$$y_t = e^{z_t} \; f(k_t, h_t) \qquad \forall t \qquad (1)$$

$$f(k_t, h_t) = k^{\alpha} h^{1-\alpha} \qquad \forall t \qquad 0 < \alpha < 1 \qquad (2)$$

k_t er realkapital i begynnelsen av perioden. h_t er arbeidstimer tilbudt i perioden, mens z_t representerer total faktorproduktivitet.

I tråd med liknende analyser benytter jeg en Cobb-Douglas produktfunksjon, hvor α og 1- α representerer innsatsfaktorenes andel av avlønningen av innsatsfaktorene og også deres tilhørende elastisiteter. Bakgrunnen for valg av denne funksjonsformen er at observasjoner av økonomisk vekst indikerer at kapitalens og arbeidskraftens andel av produksjonen har vært tilnærmet konstant over tid til tross for at de relative prisene for disse innsatsfaktorene har endret seg.

Inntektstilnærmingen for verdiskapningen i en lukket økonomi er:

$$y_t = r_t k_t + w_t h_t \qquad \forall t \qquad (3)$$

r_t er innenlands rente og w_t er lønnsrate.

Ligningen viser hvordan inntektene fra landets verdiskapning er satt sammen ved en andel fra kapital og ved en andel fra arbeidskraft.

Utgiftstilnærmingen for verdiskapningen er:

$$y_t = c_t + i_t \qquad \forall t$$

Imidlertid modifiserer jeg dette til at det finnes en finansiell utenlandsformue slik at utgiftstilnærmingen blir:

$$c_t + i_t = y_t + o_t \qquad \forall t \qquad (4)$$

Her representerer venstresiden bruk av midler, det vil si privat og offentlig konsum c_t og private investeringer i_t. Høyresiden viser finansieringen, det vil si fra landets aggregerte inntekt fra verdiskapningen y_t eller ved bruk av "oljepenger" både i form av offentlig konsum og offentlige investeringer o_t. Alternativt kan variablene måles i realenheter. Da representerer y_t aggregert verdiskapning og o_t konsum/investerings enheter.

Alle disse størrelsene kan en finne data for i nasjonalregnskapet, slik at modellen innebærer en optimalisering gitt beskrankningsstørrelser fra nasjonalregnskapet. Teoretisk sett burde produksjonstilnærmingen, inntektstilnærmingen og utgiftstilnærmingen i en lukket økonomi gi samme verdi for verdiskapningen. Imidlertid viser det seg at en får ulike verdier når er benytter data fra nasjonalregnskapet.

For å holde modellen enkel ser jeg på en lukket økonomi, men hvor jeg altså åpner opp for en finansiell utenlandsformue.

Modellen antar fullkommen konkurranse, og perfekt fleksible priser. Dette impliserer at bedriftene hele tiden produserer det som etterspørres og at superfortjenesten er null. Inntjeningen i bedriftene utbetales som lønn og dividende. Etterspørselen er styrt av husholdningenes optimale valg med hensyn til konsum i hver periode. Husholdningene tar prisene på konsumvaren, kapital og arbeidskraft for gitte.

Prisene r_{t+1}^{I}, r_t, w_t er per definisjon relative, det vil si i forhold til prisen på konsumgodet som settes til 1. Jeg vil senere vise at modellen impliserer udekket renteparitet. Realkapital og finanskapital har kun verdi i form av at de kan omformes til konsum og fritid.

Husholdningene eier realkapitalen og tilbyr denne til bedriftene sammen med sin arbeidskraft. Likeledes er de eiere av den finansielle oljeformuen a_t og tilbyr a_{t+1} til utenlandske bedrifter eller -land i hver periode. Jeg forutsetter perfekt kapitalmobilitet og ingen justeringskostnader for finansformue. Bevegelsesloven for finansiell petroleumsformue er:

$$a_{t+1} = (1 + r_{t+1}^{I})a_t - o_t \qquad \forall t \qquad (5)$$

r_{t+1}^{I} er internasjonal vektet finansiell realavkastning målt i lokal valuta. r_{t+1}^{I} er i modellen eksogent gitt og stokastisk. r_{t+1}^{I} følger en uavhengig og identisk fordelt prosess.

Bevegelsesloven for kapital er:

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t - \pi \frac{(k_{t+1} - k_t)^2}{k_t} \qquad \forall t \qquad 0 \le \delta \le 1 \qquad (6)$$

Fordi jeg antar at endringer i realkapitalen fra en periode til den neste har en kostnad har jeg med leddet $\pi \frac{(k_{t+1} - k_t)^2}{k_t}$. Jeg forutsetter at justeringskostnaden er konstant med hensyn på skala, det vil si at kostnaden er uavhengig av hvilket nivå for realkapitalen vi opererer på. π er et kapitaljusteringsparameter, mens δ representerer kapitalslit.

Bevegelsesloven for teknologiprosessen målt ved total faktorproduktivitet er:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \forall t \qquad 0 < \rho < 1 \qquad (7)$$

z_t følger en AR(1) prosess og følgelig er ε_t normalfordelt, $N(0, \sigma_\varepsilon^{\,2})$, og $E(z_t) = 0$. AR(1) prosessen er en kontinuerlig prosess som har Markov egenskaper. Dette betyr at det er kun dagens tilstand som har betydning for forventet tilstand i neste periode. Historisk tilstand, bortsett fra dagens, har altså ingen innvirkning på fremtidig tilstand. På måletidspunktene er AR(1) prosessen diskret og kan uttrykkes ved en diskret Markov kjede. Jeg har benyttet 5 tilstander for z_t med tilhørende sannsynlighetsmatrise: Markovs overgangsmatrise. ρ sier noe om hvor vedvarende produktivitetssjokket er.

Jeg generaliserer tiden husholdningen har tilgjengelig, til arbeid og timer brukt på fritid l_t i løpet av et døgn, ved å sette denne til en.

$$h_t + l_t = 1 \qquad \forall t \tag{8}$$

Siden arbeidstilbudet eller endringer i arbeidstilbudet er forhold som ligger på siden av analysen holder jeg dette utenfor modellen. Jeg antar derfor at arbeidstilbudet er eksogent/implisitt gitt og lik 1. Husholdningene maksimerer kun nytte av konsum og har ingen ulempe av å jobbe. Økt jobb gir økte konsummuligheter slik at husholdningene jobber så mye som mulig, det vil si $h_t = 1$.

$$c_t, k_t, a_{t,} h_t \geq 0, \qquad \forall t \tag{9}$$

Husholdningenes nyttefunksjon er gitt ved:

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \qquad \forall t \tag{10}$$

γ representerer risikoaversjon/intemporal substitusjonselastisitets parameter. Når $\gamma = 1$ så er dette en logaritmisk nyttefunksjon; $u(c_t) = \ln(c_t)$

Dette er en ”constant relativ risk aversion” (CRRA) nyttefunksjon og er i tråd med hva som er vanlig å bruke i slike analyser. Bakgrunnen for valget av denne parametriske formen er at data, spesielt i USA, har vist at tilbudet av arbeidstimer har vært ganske konstant over tid mens reallønnen har økt jevnt. Dette impliserer bruk av en nyttefunksjon med konstant substitusjonselastisitet mellom konsum og fritid og hvor denne konstanten er lik en. Likeledes kjennetegnes funksjonsformen ved at den gir en konstant intertemporal avveining mellom konsum i de ulike periodene, det vil si konstant intertemporal substitusjonselastisitet. En CRRA nyttefunksjon har slike egenskaper.

Nyttefunksjonens form er bestemmende for i hvilken grad individet jevner ut konsumet over tid. Dersom nyttefunksjonen er strengt konkav, slik som for CRRA nyttefunksjonen, så vil individet foretrekke at konsumet er jevnet ut over tid. Vi ser at foruten avkastningen på sparingen $r_{t+1}^{I} = r_{t+2}$, så påvirker verdi på beta og nyttefunksjonens form valgt verdi for sparingen enten via a_{t+1} eller k_{t+1} i perioden og dermed dagens konsum.

Modellen antar at individene har rasjonelle forventninger, det vil si at de i gjennomsnitt treffer de riktige beslutningene basert på tilstandsvariablene.

3.1 Modellens løsning

Den deterministiske versjonen av det ovenstående maksimeringsproblemet kan løses numerisk ved at en setter opp en Lagrangefunksjon og finner førsteordensbetingelsene (r_{t+1}^{I} = konstant og z_t = 0 for alle t). Dette gjør jeg nedenfor. Den stokastiske versjonen er mye vanskeligere å løse fordi problemet blåses opp til uhåndterbare dimensjoner. Som jeg senere vil vise er det her dynamisk programmering viser sin fortreffelighet.

Jeg har imidlertid med forventningsoperatoren i uttrykkene nedenfor for å illustrere den stokastiske versjonen. Mellomregninger finnes i vedlegg 1.

$$L = \underset{c_t, k_{t+1}, a_{t+1}}{Max}\ E_t\{\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (u(c_t) + \lambda^t (e^{z_t} f(k_t, h_t) + (1+r_{t+1}^{I})a_t - a_{t+1} - c_t - k_{t+1} + (1-\delta)k_t -$$
$$\pi \frac{(k_{t+1}-k_t)^2}{k_t})\}$$

Førsteordensbetingelsene for henholdsvis konsum, realkapital i neste periode og finansiell petroleumsformue i neste periode er:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad u^{'}(c_t) = \lambda^t \qquad (11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \lambda^t = E_t \beta^t \lambda^{t+1} \frac{(1+R_{t+1})}{(1+MKK_t)} \tag{12}$$

Hvor $MKK_t = 2\pi \frac{(k_{t+1} - k_t)}{k_t}$ og $R_{t+1} = e^{z_{t+1}} f_1^{'}(k_{t+1}, h_{t+1}) - \delta + \pi((\frac{k_{t+2}}{k_{t+1}})^2 - 1)$

$$\frac{\partial L}{\partial a_{t+1}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda^t = E_t \beta^t \quad \lambda^{t+1} (1 + r_{t+2}^I) \tag{13}$$

Siden (11) gjelder for alle perioder har vi også at $u^{'}(c_{t+1}) = \lambda^{t+1}$. Sammen med (11) og (12) får vi Eulerligningen.

$$u^{'}(c_t) = E_t \beta^t u'(c_{t+1}) \frac{(1+R_{t+1})}{(1+MKK_t)}$$

Eulerligningen viser individets optimale intertemporale fordeling av konsum.

Ved å sette (12) og (13) sammen får vi

$$E_t \beta^t \lambda^{t+1} \frac{(1+R_{t+1})}{(1+MKK_t)} = E_t \beta^t \lambda^{t+1} (1 + r_{t+2}^I)$$

Vi ser av modellen at vi må ha udekket renteparitet mellom innenlandsk og utenlandsk rente, det vil si forventningene til de to rentene må være like.

4 Den sosiale planleggerens problem

Jeg antar at det første velferdsteoremet holder slik at (det stokastiske) maksimeringsproblemet kan løses som sosialplanleggerens problem. Det første velferdsproblemet går ut på at gitt at vi har en allokering av ressurser som er en fullkommen konkurranse likevektsløsning, så er denne løsningen også sosialt optimal (Pareto-optimal). Det viser seg altså at den ressursallokeringen vi finner ved å løse sosialplanleggerens problem er den samme allokeringen som vi finner i en fullkommen konkurranse likevektsløsning.

Videre finnes det ett sett av priser som er slik at denne sosialt optimale løsningen kan bli desentralisert som en fullkommen konkurranse likevekt med et prissystem. Dette er det andre velferdsteoremet.

Den sosiale planleggerens problem er mye enklere å løse enn fullkommen konkurranse løsningen siden vi unngår priser og individenes budsjettbeskrankninger. Samtidig får vi, som ovenfor nevnt, de samme allokeringene av kvanta/ressurser som i en fullkommen konkurranse modell.

Siden dette problemet åpenbart har en gjentakende struktur ved at vi optimaliserer i hver periode, (i motsetning til i Lagrangeformuleringen hvor optimaliseringen skjer på ett tidspunkt (t = 0)), reformulerer jeg problemet i nedenstående Bellmanligning. Bellmanligningen viser verdi av inneværende periodes nytte og forventet neddiskontert verdi av fremtidig nytte, gitt at en følger de optimale beslutningsreglene for kontrollvariablene.

Jeg har funnet en god intuitiv beskrivelse av Bellmanprinsippet i den ovennevnte artikkel av Henriksen (2006) og den lyder: ” man må handle i dag på en måte som er slik at man i samme situasjon på et hvilket som helst tidspunkt i fremtiden vil handle på samme måte”.

4.1 Bellmanligningen

Tilstandsvariablene er $k_{t,} a_t (endogene), r^I_{t+1}, z_t$ (eksogene). Tilstandsvariablene er ment å gi all relevant informasjon slik at en kan utlede beslutningsreglene. Siden r^I_{t+1} og z_t ikke avhenger av tidligere beslutninger er de eksogene.

Kontrollvariablene er k_{t+1} og a_{t+1}. Kontrollvariablene er de variablene vi skal finne en (rekursiv) beslutningsregel for. Når en har funnet beslutningsreglene for disse variablene kan en finne c_t og o_t residualt.

Forventningene er rasjonelle i form av at de stokastiske prosessene den sosiale planleggeren oppfatter er de samme som de som styrer r_{t+1} og z_{t+1}.

Mellomregninger finnes i vedlegg 2.

Med rekursiv notasjon får vi (r = r ^{I} her)

$v(z, r^{'}, k, a) = \underset{k',a'}{Max}\{u(c) + E_{z'/z}\beta v(z', r'', k', a')\}$ gitt ressursbeskrankningen:

$$c = e^{z} f(k,h) + (1 + r^{'})a - a' - k' + (1-\delta)k - \pi\frac{(k'-k)^2}{k}$$

Ressursbeskrankningen må holde for enhver realisering av total faktorproduktivitetssjokk og internasjonal finansiell realavkastning, ikke bare i forventning.

Dersom en antar at verdifunksjonen, $v(z, r^{'}, k', a')$, er konkav og kontinuerlig deriverbar, kan en finne de unike stasjonære beslutningsreglene for kontrollvariablene ved hjelp av førsteordensbetingelsene.

Førsteordensbetingelsen for k $^{'}$ er:

$$\frac{\partial v(z, r^{'}, k', a')}{\partial k'} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u(c)}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial k'} + E_{z'/z}\beta\frac{\partial v(z', r^{I'}, k', a')}{\partial k'} = 0$$

Verdifunksjonen, v(z, r’, k’, a’), er ukjent. Vi kan imidlertid benytte omhyllingsteoremet med hensyn til den endogene tilstandsvariabelen k samt bruke at vi har et stasjonært problem og får:

$$\frac{\partial u(c)}{\partial c} = E_{z'/z}\beta\frac{\partial u(c')}{\partial c'}\frac{(1+R'')}{(1+MKK')} \tag{14}$$

Hvor $MKK' = 2\pi\frac{(k'-k)}{k}$ og $R'' = e^{z'} f_1^{'}(k', h') - \delta + \pi((\frac{k''}{k'})^2 - 1)$

Dette er den optimale intertemporale tilpasningen med hensyn til konsum, også kjent som Eulerligningen.

Førsteordensbetingelsen for a' er:

$$\frac{\partial v(z,r,k',a')}{\partial a'} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u(c)}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a'} + E_{z'/z}\beta\frac{\partial v(z,r,k',a')}{\partial a'} = 0$$

Igjen er verdifunksjonen, v(z, r', k', a'), ukjent og vi kan som ovenfor benytte omhyllingsteoremet med hensyn til den endogene tilstandsvariabelen a og at vi har et stasjonært problem og får:

$$\frac{\partial u(c)}{\partial c} = E_{z'/z}\beta\frac{\partial u(c')}{\partial c'}\ (1 + r^{I''}) \qquad (15)$$

Vi ser fra (14) at vi må ha $(1 + r^{I''}) = \dfrac{(1+R'')}{(1+MKK')}$ det vil si den innenlandske netto marginalavkastningen på kapital må være lik den internasjonale finansielle realavkastningen.

5 Steady-state analyse. Hvordan ser førsteordensbetingelsene ut i steady-state?

Steady-state kjennetegnes blant annet av at de eksogene sjokkene har en (sikker) verdi lik sin forventning og at tilstandsvariablene og kontrollvariablene har en konstant verdi, slik at for eksempel k = k' = k*, hvor * er steady-state indeks. I steady-state er kapitaljusteringskostnaden per definisjon lik null og har ingen effekt på k*, a* og c*.

Steady-state ligningene for beslutningsvariablene er relevante fordi de danner utgangspunktet for de stokastiske dynamiske beregningene som jeg utfører nedenfor ved hjelp av programvare. Likeledes er steady-state sammenhengene sentrale i kalibreringen av parametrene i modellen.

Finner først k*. Utgangspunktet er Eulerligningen og at $e^{z'} f_1'(k',h') = e^z \alpha (k^*)^{\alpha-1}$

$$1=\beta(e^{z}\alpha(k^{*})^{\alpha-1}+(1-\delta)) \Leftrightarrow \frac{1}{\beta}=e^{z}\alpha(k^{*})^{\alpha-1}+(1-\delta)) \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{\beta}-(1-\delta)}{e^{z}\alpha}=(k^{*})^{\alpha-1} \Leftrightarrow$$

$$k^{*}=(\frac{\frac{1}{\beta}-1+\delta}{e^{z}\alpha})^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Når en setter inn for forventet verdi av z her ser en at k* kan skrives som kun en funksjon av parametre.

I ligningssystemet som utgjør ressursbeskrankningen i den sosiale planleggerens problem er det n-1 uavhengige ligninger. Det er derfor ikke mulig å utlede en egen steady-state ligning for a*. I mine beregninger har jeg benyttet a* = k*/2. Begrunnelsen for dette er at det er i tråd med data for Norge per i dag, samt at jeg antar at det representerer et steady-state nivå.

c* får vi ved å sette inn for i ressursbeskrankningen:

$$c^{*}=e^{z}(k^{*})^{\alpha}+(1+r^{I})a^{*}-a^{*}-k^{*}+(1-\delta)k^{*} \quad \Leftrightarrow \quad c^{*}=e^{z}(k^{*})^{\alpha}+r^{I}a^{*}-\delta k^{*}$$

k* kan vi sette inn for her, mens a* som ovenfor nevnt er avhengig av k*

6 Kalibrering – Parametrisering

Når en benytter gjennomsnittstall for lange tidsserier for aggregerte størrelser for å finne verdier for parametre i en modell kaller vi dette kalibrering. Tanken er at disse gjennomsnittstørrelsene representerer et steady-state nivå for makrostørrelsene og dermed gir verdifull informasjon til estimering av parametrene. På denne måten vil modellens resultater være i samsvar med data fra virkeligheten. I min modell er $\alpha,\delta,\rho,\pi,\sigma_{\varepsilon}$ teknologiparametre, mens β er et preferanseparameter. Parameterverdiene i modellen er på årsbasis, det vil si de er ment å skulle matche årlige dataserier. Siden jeg ikke har fokus på norske forhold som sådann har jeg i modellen valgt antatt passende verdier for parametrene – parametrisering. De valgte verdiene er i tråd med tilsvarende tidligere studier og lignende analyser.

Jeg vil allikevel vise nedenfor hvordan en kalibrerer parametrene og angi mine parametriseringsverdier.

Alfa:

Kapitalens andel av total produksjon er i Cobb-Douglas produktfunksjonen gitt ved verdi på α . Følgelig bør en velge en verdi på α som er i samsvar med hva historiske data sier om dette forholdet. Dog vil det blant annet på grunn av måleproblemer være usikkerhet rundt disse historiske dataene slik at den eksakte verdien på α vil være tildels arbitrær. I litteraturen operer man med verdier mellom 0,25 og 0,4. Jeg har valgt en verdi på 0,35 i mine beregninger.

Delta:

Ved å dele hver side av bevegelsesloven for kapital på k når k er i likevekt får en $\frac{k*}{k*}=\frac{(1-\delta)k*}{k*}+\frac{i*}{k*} \Leftrightarrow \delta=\frac{i*}{k*}$ I tidsseriene vil en imidlertid ha en voksende trend i kapital og investeringer slik at forholdstallet må justeres for vekst. Jeg har brukt δ = 0,025 i mine beregninger.

Beta:

Utgangspunktet er Eulerligningen og dataserier for y/k.

$$u^{'}(c_t)=E_t\beta^t u'(c_{t+1})\frac{(1+e^{z_{t+1}}f_1^{'}(k_{t+1},h_{t+1})-\delta+\pi((\frac{k_{t+2}}{k_{t+1}})^2)-1)}{(1+2\pi\frac{(k_{t+1}-k_t)}{k_t})}$$

I steady-state får vi:

$$1=\beta(e^z\alpha(k*)^{\alpha-1}+(1-\delta))$$

$$\Leftrightarrow k=\beta(e^z\alpha y+k(1-\delta)) \quad \Leftrightarrow \quad 1=\beta\alpha(\frac{y}{k})+(1-\delta)$$

For at modellen skal gi stasjonære resultater må også denne sammenhengen holde:

Fra ovenfor: $\frac{y}{k} = \frac{\frac{1}{\beta} - 1 + \delta}{\alpha}$ og vi har at i steady-state er $r = f_1^{'}(k,h) - \delta$ og at $\alpha = \frac{rk}{y} \Leftrightarrow$

$r = \frac{y}{k}\alpha$ som en setter inn for i $\frac{y}{k} = \frac{\frac{1}{\beta} - 1 + \delta}{\alpha}$ og får

$\beta = \frac{1}{r+1}$ hvor r = r^I

Med E(r^I) = 0,05 og ingen usikkerhet i steady-state blir β lik 0,9524

π har jeg satt til 7 og denne verdien er konsistent med et standardavvik for realkapitalen på 1,8 %.

Rho/sigma epsilon;

Kalibrering av den stokastiske total faktorproduktivitetsprosessen:

Utgangspunktet er produktfunksjonen $y_t = e^{z_t} k_t^{\alpha}$ hvor en tar logaritmen på begge sider og får

$\ln(y_t) = z_t + \alpha \ln(k_t) \Leftrightarrow z_t = \ln(y_t) - \alpha \ln(k_t)$

Da har vi også at $z_{t-1} = \ln(y_{t-1}) - \alpha \ln(k_{t-1})$

Fra dataserier for y og k og en kalibrert verdi for α kan en så konstruere tidsserier for z_t og z_{t-1}. Deretter gjøre en regresjon ved hjelp av minste kvadraters metode. Resultatet er estimater for rho og standardavviket til epsilon i henhold til bevegelsesloven for total faktorproduktivitet, $z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t$

Jeg har brukt en verdi for ρ på 0,95 og 0,007 for σ_{ε} i mine beregninger. Dette er referanseverdier og standard i litteraturen.

For å finne en diskret Markovkjede hvis utfallsrom er en tilnærmet AR(1) prosess har jeg benyttet Martin Flodéns matlabkoder og ovennevnte parameterverdier. Jeg har benyttet 5 tilstander for z_t.

Disse kodene er en implementering av Tauchen og Hussey's (1991) algoritme.[1]

Kalibrering av den stokastiske avkastningsprosessen:

r_{t+1}^{I} følger i modellen en uavhengig og identisk fordelt stokastisk prosess.

Fordelingen til denne prosessen med tilhørende parameterverdier er gjenstand for usikkerhet. Det er diskusjoner om hvorvidt historiske data er representative for fremtidig utvikling og om hva som er et optimalt bytteforhold mellom forventet avkastning og risiko, slik at også optimal sammensetning av porteføljen er gjenstand for debatt. "Om forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2006"[2] omtaler disse utfordringene.

Jeg synes det er illustrerende for usikkerheten i forbindelse med denne estimeringen at Finansdepartementet i "Om forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2006" vurderte det slik at de modellberegningene (utført av Norges Bank) som baserer seg på de siste 20 års utvikling er mer representative for fremtidig utvikling enn modellberegningene basert på observasjoner siden år 1900. Det er særlig standardavviket til gjennomsnittlig årlig realavkastning som reduseres når er har et 20 års perspektiv; fra 9,7 til 6,2 i en portefølje med 40 % aksjer og 60 % obligasjoner. Det siste årets sjokk i verdens finansmarkeder er en påminnelse om at det kan være farlig å tro at historien ikke gjentar seg.

Når jeg innledningsvis spør om i hvilken grad en enkel dynamisk økonomisk modell kan gjøre rede for handlingsregelen, er ikke mitt hovedanliggende å finne en numerisk løsning som har det samme prosentnivået for bruk av oljeformuen over statsbudsjettet som handlingsregelen tilsier, det vil si finne en verdi for E(regel$_t$) = 4 %. Om jeg hadde benyttet Norges Bank's (simulerte) tidsserier for aksje- og obligasjonsavkastning internasjonalt og samme vekting ville jeg kunne få en verdi på E(r_{t+1}^{I}) på 4 % og dermed E(regel$_t$) = 4 %. Snarere har jeg vært interessert i selve regelen og dens egenskaper. Jeg har derfor valgt å kalibrere den diskrete fordelingen til r_{t+1}^{I} med utgangspunkt i 101-års lange tidsserier for aksje- og obligasjonsavkastning internasjonalt og benytte dagens anbefalte vekting for aksjer og obligasjoner.

[1] Matlabkodene for Markovkjeden finnes i vedlegg 5.
[2] Stortingsmelding nr. 24 (2006-2007))

Dimson, Marsh og Staunton (2002) finner at den gjennomsnittlige, aritmetriske, årlige realavkastningen for en amerikansk investor i det internasjonale finansmarkedet fra 1900 til 2000 er på 5 % når porteføljen er vektet med en 60 % andel i aksjer og en 40 % andel i obligasjoner. Det tilhørende standardavviket er på 14,32 når en forutsetter at det ikke er noen korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner. Med det internasjonale finansmarkedet menes her indekser fra 16 land på 4 kontinenter, som til sammen dekker 88 % av verdens markedsverdi per i dag. Landene var også representative for verdens finansmarkeder ved starten av 1900. Indeksene i den internasjonale porteføljen er vektet i henhold til de ulike landenes størrelse.

Jeg forutsetter at realvalutakursene er identiske og uavhengige stokastiske fordelte prosesser. Dermed vil svingningene mellom real USD og de andre realvalutakursene utlignes over tid slik at gjennomsnittet og tilhørende varians blir representativt for internasjonal realavkastning.

Siden jeg ikke har hatt selve dataseriene som Dimson, Marsh og Staunton (2002) baserer sine beregninger på, har jeg simulert normalfordelte data med disse parameterverdiene ved hjelp av Microsoft Excel og så kalibrert nedenstående diskrete fordeling for r_{t+1}^{I}. Jeg er klar over at antakelsen om normalfordeling av avkastningsrater har sine svakheter, men den er gjort for enkelhets skyld, og forventes ikke å ha vesentlige implikasjoner for min analyse.

Grunnen til at jeg har tatt utgangspunkt i aritmetisk gjennomsnitt for dataseriene, til tross for at det er det geometriske som er mest relevant for forventet avkastning, er at en må bruke aritmetisk gjennomsnitt når en simulerer en normalfordeling.

Utfallsrommet er: [-0.40, -0.35, -0.30, -0.25, -0.20, -0.15, -0.10, -0.05, 0.00, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45]

7 Analyse av resultater [3]

For å illustrere resultatene fra den dynamiske programmeringen har jeg simulert dataserier for variablene i modellen. Jeg har gjort 10 000 simuleringer, hvor jeg starter i likevekt og så er

[3] Dataprogrammet jeg benytter er Mathworks Matlab. Programmeringskodene finnes i vedlegg 4.

det de optimale beslutningsreglene som bestemmer forløpet for variablene. For at den initiale tilstanden skal være tilfeldig har jeg så fjernet de 999 første simuleringene.

7.1 Handlingsregelen (regel)

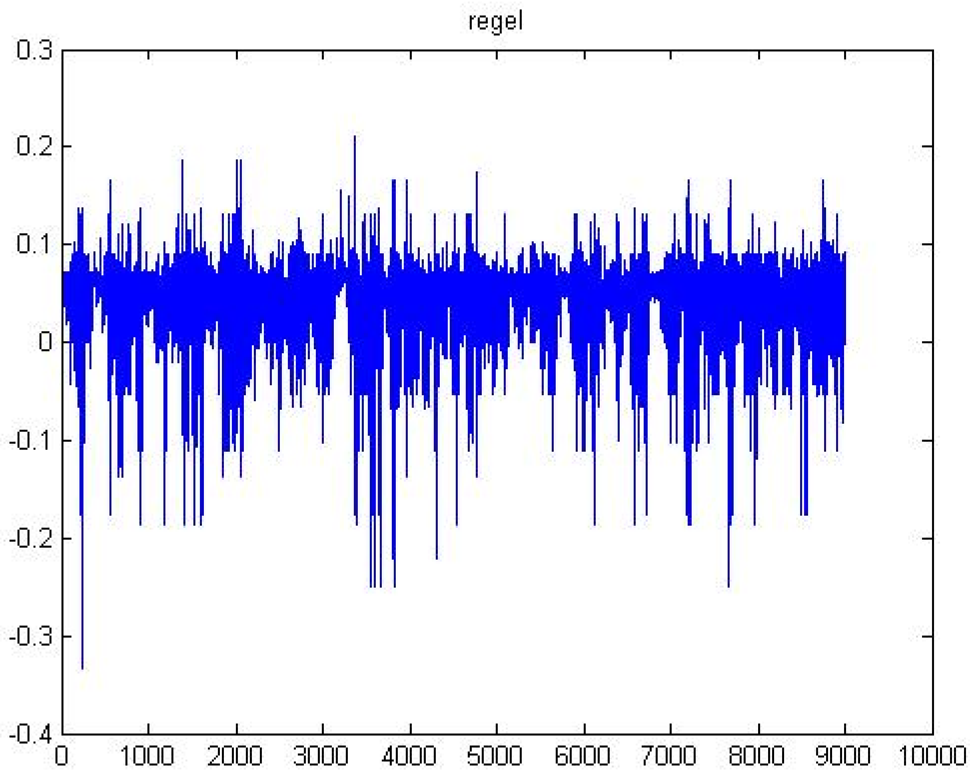
For å få o_t på relativ form (siden jeg ønsker å illustrere handlingsregelen som en andel) har jeg definert: (fra $a_{t+1} = (1+r_{t+1}^I)a_t - o_t$, og ved å dele på $(1+r_{t+1}^I)a_t$ på begge sider og skrive om)

$$regel_t = \frac{o_t}{(1+r_{t+1}^I)a_t} = 1 - \frac{a_{t+1}}{(1+r_{t+1}^I)a_t}$$

hvor regel$_t$ = handlingsregel, målt som andel av den finansielle petroleumsformuen, for bruk av oljeformue over statsbudsjettet. Som ligningen viser må $a_{t+1} < (1+r_{t+1}^I)a_t$ for at regel$_t$ skal ha en positiv verdi. Når $a_{t+1} > (1+r_{t+1}^I)a_t$ tilsier dette at petroleumsformuen øker i perioden.

I figur 1 vises resultatet av simuleringen.

Figur 1



Statistisk analyse av dataserien viser at gjennomsnittsverdien er på 0,034 og standardavviket er på 0,045. Medianen og modus er begge 0,0476. Gjennomsnittsverdien er altså lavere enn medianen og lavere enn hva en kunne forvente gitt at E (r_{t+1}^{I}) = 5 %. Dette skyldes en teknikalitet i den dynamiske programmeringen. Tilstandsrommet til a_{t+1} er for lite på nedsiden av steady-state verdien til a = a* gitt volatiliteten til avkastningsprosessen, $\{r_{t+1}^{I}\}_{t=0}^{10000}$. På grunn av dette får jeg automatisk en begrensning, i de numeriske beregningene på hvilke verdier a_{t+1} kan anta, som ikke finnes i modellen. Rent konkret tilsier den optimale beslutningsregelen for a_{t+1} at jeg skulle hatt flere lavere verdier for denne variabelen enn det jeg faktisk oppnår i simuleringene. Dermed får jeg også for mange for lave verdier for $regel_t$ og et for lavt gjennomsnitt av de simulerte verdiene for $regel_t$. Det er også grunn til å tro at jeg med et økt antall tilstander for a_{t+1} ville fått lavere standardavvik for $regel_t$.

Gitt et riktig dimensjonert tilstandsrom for a_{t+1} i den dynamiske programmeringen vil gjennomsnittet til $regel_t$ være på ca 0,0476 og standardavviket vesentlig lavere enn på figur 1.

Siden beslutningen om bruk av oljepenger skjer på begynnelsen av året kan en i gjennomsnitt ikke bruke 5 %, men 0,9528 % av 5 %. (0,0476*1,05 = 0,05). Dette er konsistent med husholdningens vurdering av nytte av konsum i dag relativt til i neste periode; deres diskonteringsparameter er beta = 0,9528. Av dette følger at de krever en kompensasjon for å utsette konsum i en periode på 5 %.

Dette kan jeg si med stor grad av sikkerhet fordi jeg i en tidligere fase av arbeidet, av praktiske årsaker, benyttet en annen konstruert fordeling for avkastningsprosessen når jeg gjorde de nummeriske beregningene og fant $regel_t$. $regel_t$ hadde da et vesentlig lavere standardavvik (13,6 %) og en gjennomsnittsverdi konsistent med ovennevnte sammenheng mellom forventet avkastning på den finansielle petroleumsformuen og verdi for beta. Illustrasjon av dette finnes i vedlegg 3.

Med et riktig dimensjonert tilstandsrom for a_{t+1} i den dynamisk programmeringen tilsvarer altså $regel_t$ i stor grad dagens handlingsregel.

Det er et poeng i denne sammenhengen at 5 % - regelen er basert på et aritmetisk gjennomsnitt for realavkastningen. Det aritmetiske gjennomsnittet representerer middelverdien av avkastningene. Det kan vises at det aritmetiske gjennomsnittet alltid vil være større enn, eller som ett spesialtilfelle, helt lik det geometriske. Siden det geometriske gjennomsnittet angir den gjennomsnittlige vekstraten til investeringene, er det dette gjennomsnittet som er relevant for oljeformuen. Norges Bank rapporterer i sine regnskaper realavkastningen av fondskapitalen som et geometrisk gjennomsnitt (målt i lokal valuta).

Dataseriene som gir 5 % aritmetisk realavkastning i Dimson, Marsh og Staunton (2002) gir 3,96 % geometrisk avkastning med samme vekter for aksjer og obligasjoner. Handlingsregelens 4 % verdi ser dermed ut som et rimelig anslag for hva en kan forvente av årlig realavkastning. Ved å bruke i gjennomsnitt 4 % av oljeformuen årlig vil realverdien av fondet kunne opprettholdes i all fremtid.

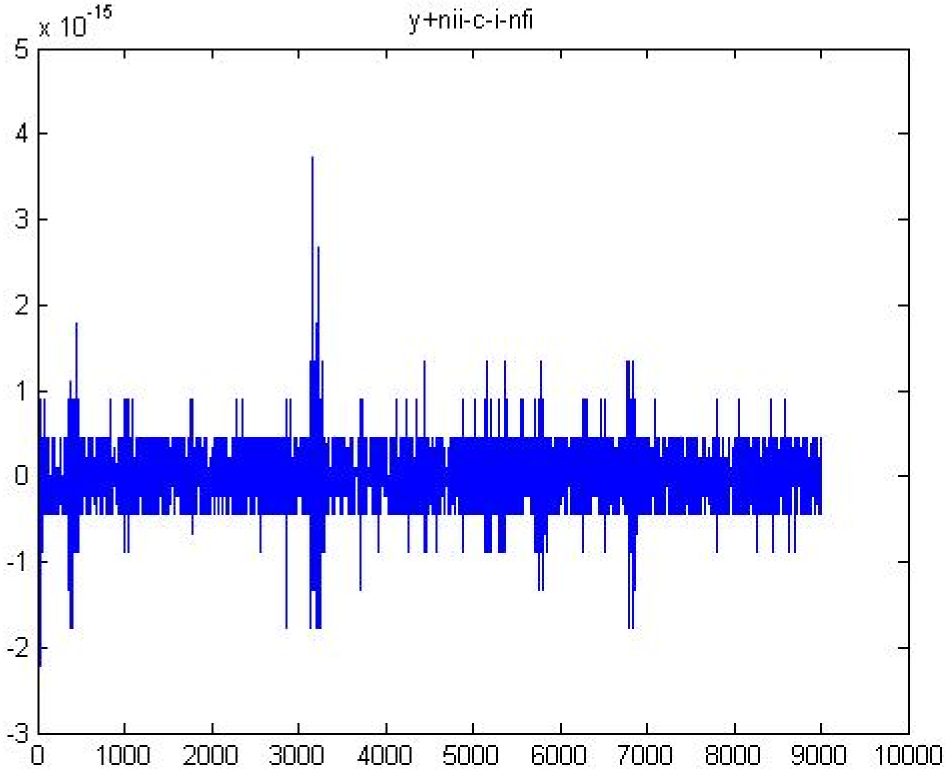
Det viktigste mine beregninger viser er imidlertid at optimal bruk av oljeformuen i økonomien i dag og i all fremtid tilsier at en bruker en relativ fast andel av fondet i hver periode.

7.2 Ressursbeskrankningen (y+nii-c-i-nfi)

Utgangspunktet er ressursbeskrankningen for en lukket økonomi med en utenlandsk finansiell formue, $c_t + i_t = y_t + o_t$, hvor jeg har satt inn for o_t fra bevegelsesloven for finansiell formue og skrevet om. $nii_t = (r_{t+1}^I * a_t)$ er netto finansinntekter og $nfi_t = (a_{t+1} - a_t)$ er netto finansinvesteringer.

Kravet om at ressursbeskrankningen til den sosiale planleggerens problem må holde for enhver realisasjon av total faktorproduktivitetsjokk og internasjonal finansiell realavkastning og ikke bare i forventning er oppfylt og illustreres ved figur 2.

Figur 2

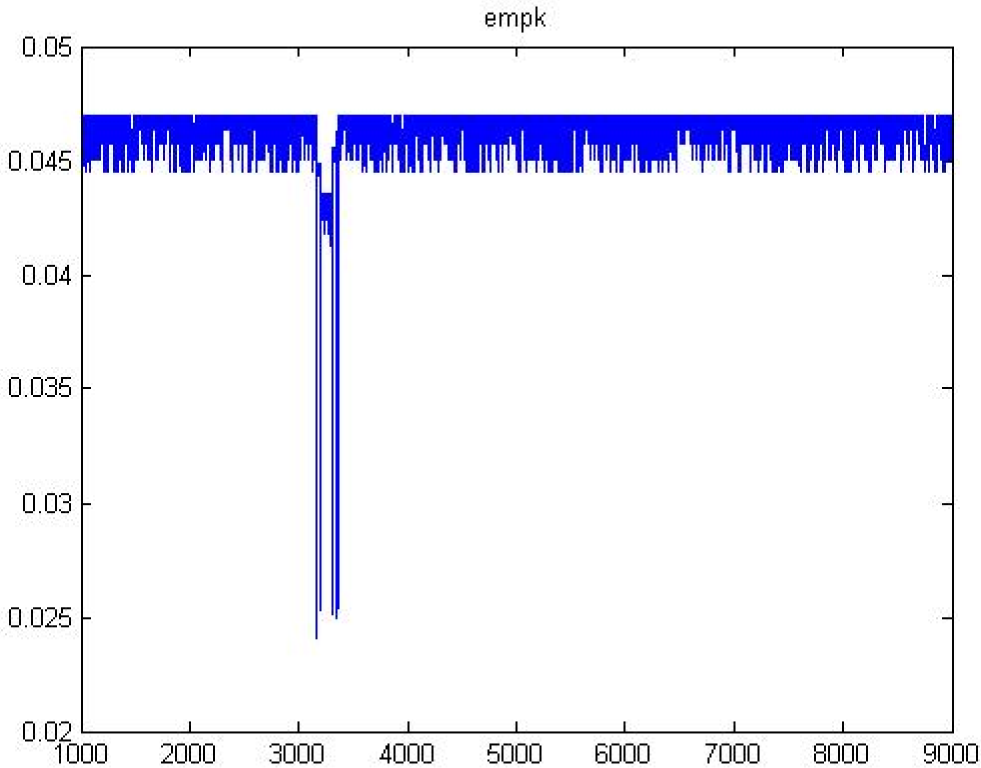


Som figuren viser er ressursbeskrankningen oppfylt i alle perioder.

7.3 Forventet marginal realavkastning på innenlands kapital (empk)

Jeg har allerede vist matematisk at modellen impliserer udekket renteparitet. Figur 3 viser beregnet forventet marginal realavkastning på innenlands kapital, eller det vi ofte betegner som realrente. Vi ser at denne er ca 5 % og i tråd med forventet utenlandsk finansiell realavkastning. Simuleringene for r^{I}_{t+1} ga mean (r^{I}_{t+1}) = 0,04726.

Figur 3.



7.4 Nærmere om hva som driver modellen

Det er de to ukorrelerte stokastiske prosessene som skaper svingninger i denne modelløkonomien. Standardavviket for z_{t+1} er på 144 % og for r^I_{t+1} er det enda høyere. Samtidig viser modellen at volatiliteten for c_t kun er på 7,6 %. Hvordan er dette mulig?

Slik som modellen er konstruert er det konsum nå og i all fremtid som er det eneste som betyr noe for optimalt nyttenivå. De eneste kildene til konsum er inntekt fra innenlands verdiskapning y_t og netto renteinntekter fra utenlandsinvesteringene, $\text{nii}_t = (r^I_{t+1} * a_t)$. Imidlertid er corr (c, y) = 0,17 og corr (c, nii) = 0,41 slik at det er ikke disse variablene som er avgjørende for konsumet. Derimot er corr (c, a) = 0,90 og dette viser at det først og fremst er endringer i a_{t+1} som gjør husholdningene i stand til å glatte konsumet på en ønsket måte. Det er a_{t+1} som "kontrollerer" c_t. Den andre kontrollvariabelen k_{t+1} brukes i mye mindre grad

ved at corr (c, k) = 0,20. Dette er i og for seg ikke særlig overraskende da det er mer kostbart å justere realkapitalen enn finanskapitalen per konstruksjon.
Vi ser altså at det er de modellgenererte beslutningsreglene for kontrollvariablene som glatter konsumet i forhold til hva en kunne konsumert dersom dette var en statisk modell. En statisk modell er en modell uten muligheter for å separere konsum og inntekter. Dette er følgelig forklaringen på hvorfor variansen i konsumet er så lavt til tross for at variansene i de uventede sjokkene er så høye. Som dataene viser er denne intertemporale omfordelingen av inntekten betydelig og altså i tråd med husholdningenes preferanser. Det eneste som betyr noe for optimal velferd for husholdningene er nivå og profil på konsumet og ingenting annet!

Likeledes er det verdt å merke seg er at det ikke er de stokastiske prosessene som bestemmer variasjonen i $regel_t$. Dette kan sees fra corr (regel, z) = -0,24 og corr (regel, r) = 0,12. Ei heller er det nivå på inntektene til husholdningene målt ved verdiskapningen y_t og netto finansinntekter nii_t, Corr (regel, y) = -0,20 og corr (regel, nii) = 0,13, som er avgjørende for variansen til $regel_t$. Det er nivået på det ønskede konsumet, corr (regel, c) = 0,50, som igjen er bestemt ved optimalt tilbud av finanskapital til utlandet a_{t+1}, som er mest bestemmende for forløpet til $regel_t$. Dette resultatet er enda klarere dersom en ser på bruk av oljeformuen over statsbudsjettet i absolutte termer, corr (o, c) = 0,98.

En oversikt over de ulike korrelasjonskoeffisientene finnes i tabell 1.

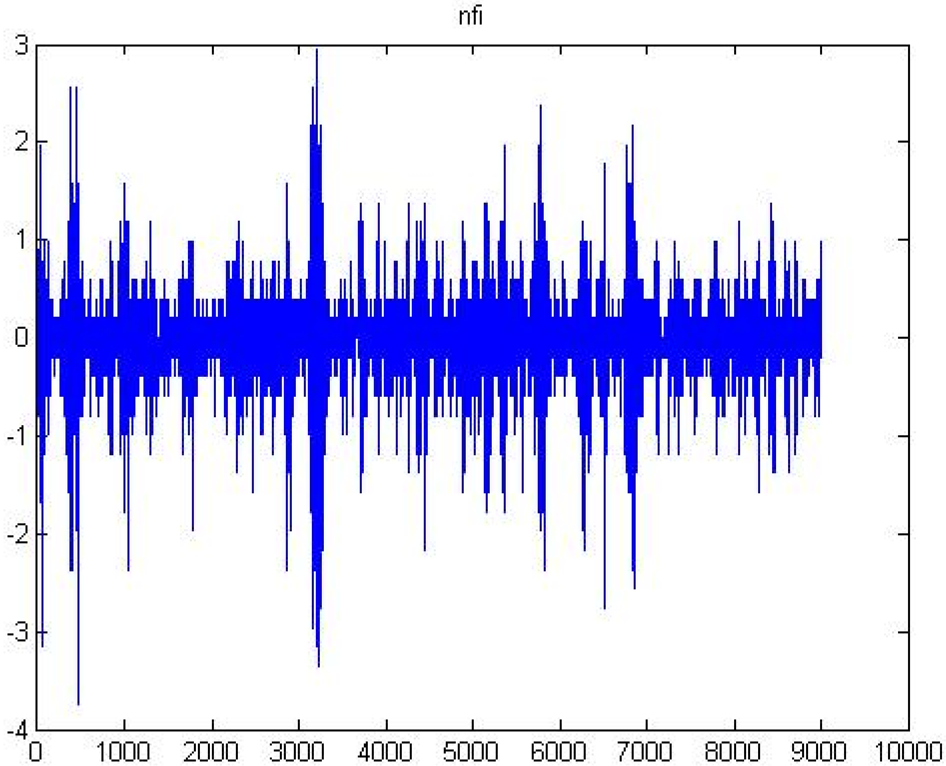
Korrelasjonstabell

Tabell 1

	y	nii	c	i	nfi	o	regel	r	z	a	k
y	1										
nii	0,01	1									
c	0,17	0,41	1								
i	0,26	0,14	0,31	1							
nfi	0,02	0,94	0,07	0,04	1						
o	-0,02	0,42	0,98	0,31	0,07	1					
regel	-0,20	0,13	0,50	0,07	-0,07	0,54	1				
r	-0,01	0,78	0,16	0,03	0,79	0,16	0,12	1			
z	0,89	0,00	0,09	0,01	0,04	-0,09	-0,24	-0,01	1		
a	0,08	0,22	0,90	0,21	-0,11	0,89	0,30	0,01	0,03	1	
k	0,45	0,03	0,20	0,55	-0,03	0,14	0,04	0.00	-0,01	0,13	1

7.5 Netto finansinvesteringer (nfi)

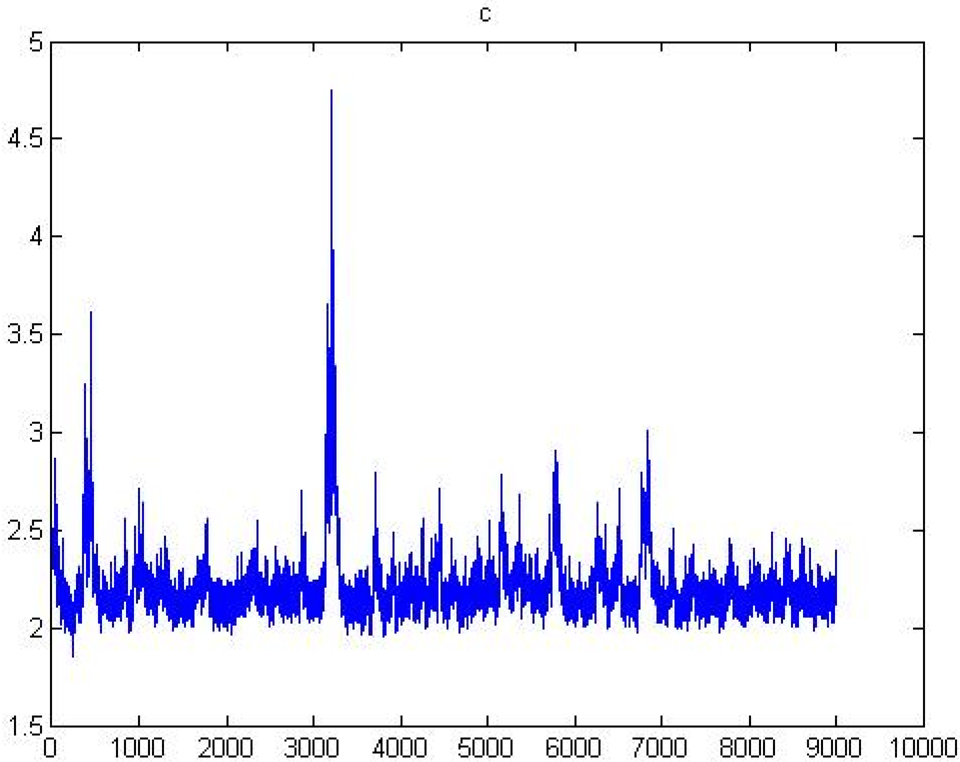
Figur 4



Som vi ser av figur 4, som viser plot av netto finansinvesteringer, vil ikke utenlandsformuen endres gitt modellens beslutningsregler. Dette er ikke overraskende siden jeg nettopp har vist at det er optimalt å bruke hele den forventede avkastningen på petroleumsformuen i hver periode. Figuren viser også at min numeriske løsning på det stokastiske optimeringsproblemet er i tråd med hva jeg hevder innledningsvis om at petroleumsformuen også tilhører fremtidige generasjoner.

7.6 Hvordan ser konsumet ut?

Figur 5



Figur 5 viser at det ikke er vekst i konsumet i modelløkonomien. c* = 2,3, mens mean (c) = 2,2. Dette er en konsekvens av at det er optimalt å bruke gjennomsnittlig forventet avkastning på utenlandsformuen i hver periode samt at det ikke er særlig vekst i økonomien som en følge av positiv total faktorproduktivitet. Den ubetingede forventningen til total faktorproduktivitet er satt til null i modellspesifikasjonene og den simulerte betingede gjennomsnittsverdien for total faktorproduktivitet er på 0,009. Denne ytterst marginale positive verdien gjør at kapitalbasen stiger fra et likevektsnivå på 10,8 til et gjennomsnitt på 11,68 i løpet av 9001 år.

7.7 Hva er sammenhengen mellom ressursbruken og konjunkturene?

Tabell 2.

	t-2	t-1	t	t+1	t+2
y	**0.62**	**0.79**	**1.0000**	**0.79**	**0.62**
nii	**0.02**	**0.02**	**0.01**	**0.01**	**0.01**
c	**0.14**	**0.15**	**0.17**	**0.15**	**0.14**
i	**0.27**	**0.27**	**0.26**	**0.25**	**0.24**
nfi	**0.02**	**0.02**	**0.02**	**0.00**	**0.00**
o	**0.03**	**0.01**	**-0.02**	**0.01**	**0.03**
regel	**-0.1**	**-0.13**	**-0.20**	**-0.13**	**-0.08**
r	**0.02**	**0.01**	**-0.01**	**-0.01**	**0.00**
z	**0.47**	**0.65**	**0.89**	**0.65**	**0.47**

Tabell 2 viser korrelasjoner mellom konjunkturene målt ved landets verdiskapning y_t og variablene for sammenfallende og tidsforskjøvede dataserier. Kolonnene t +/- 1 og 2 viser korrelasjonskoeffisienten for y og variablene skjøvet henholdsvis 1 og 2 år frem/tilbake i tid. Korrelasjonskoeffisienten R > 0 indikerer prosyklikalitet, R < 0 indikerer en motsyklisk sammenheng, mens R = 0 angir ingen korrelasjon i det hele tatt. Videre representerer en høyere absoluttverdi en sterkere (lineær) sammenheng.

Tabellen viser at det er uventede sjokk i total faktorproduktivitet z_t som er styrende for konjunkturforløpet.

Endringer i internasjonal vektet finansiell realavkastning r^I_{t+1} har ingen betydning for konjunkturforløpet. Dette en følge av at z og r er ukorrelerte i modellen, Corr (z, r) = -0,01. Realisert verdi for r^I_{t+1} har, som tabell 1 viser, kun betydning for netto finansinntekter, corr (nii, r) = 0,78 og netto finansinvesteringer corr (nfi,r) = 0,79 som igjen er ukorrelerte med sykelen.

Optimal bruk av oljeformuen over statsbudsjettet $regel_t / o_t$ er likeledes i meget stor grad frikoblet fra konjunktursvingningene. Min numeriske løsning på modellen underbygger dermed mine påstander innledningsvis om at handlingsregelen ikke er et konjunkturpolitisk virkemiddel.

Det er heller ikke slik at husholdningene sparer mer eller mindre når det er gode tider: investeringer i_t og netto finansinvesteringer nfi_t er i henholdsvis liten og ingen grad korrelerte med y_t eller $y_{t+/-}$.

Tabellen viser at heller ikke konsumforløpet følger konjunkturene i særlig grad. Det er som tidligere nevnt andre forhold som bestemmer optimalt konsum.

8 Konklusjon

Har jeg fått svar på om handlingsregelen kan redegjøres for ved en enkel dynamisk økonomisk modell bygget på nasjonalregnskapsidentitetene og en utenlandsformue med stokastisk avkastning? Den numeriske løsning på modellen min sier at det er optimalt for landets husholdninger i gjennomsnitt å bruke en fast andel av den finansielle petroleumsformuen i hver periode til innenlandsk konsum og realinvesteringer. Denne løsningen er i stor grad i samsvar med handlingsregelen, men ikke like restriktiv med hensyn til hvor mye en skal bruke periode for periode.

Gitt et riktig dimensjonert tilstandsrom for a_{t+1} i den numeriske implementeringen av modellen, vil gjennomsnittet til $regel_t$ være på ca 0,0476 og standardavviket vesentlig lavere enn på figur 1.

Dette tilsier at det er rom for å bruke litt mindre enn/ mer enn handlingsregelen tilsier i hver periode. Numeriske, illustrative løsninger har vist opp mot 13 – 14 % i gjennomsnittlig avvik. Til sammenligning er beregnet bruk av oljepenger i norsk økonomi beregnet til 30 % ((5,2/4)-1 = 0,3) mer enn handlingsregelen tilsier i 2009. Mens en brukte ((3,3/4) -1 = -0,175) 17,5 % mindre i 2007. Dog må det sies at 2009 er et helt spesielt år.

Jeg viser, ved verdier for korrelasjonskoeffisientene, at avviket fra regelen ikke nødvendigvis skal bli styrt etter forløpet til eksterne sjokk eller konjunkturforløpet. For eksempel er det ikke slik at en ved et kraftig fall i internasjonal vektet finansavkastning skal bruke vesentlig mer eller mindre enn hva regelen tilsier. Ei heller gir løsningen på modellen en indikasjon på om en skal bruke vesentlig mer eller mindre enn regelen tilsier når en befinner seg i en lavkonjunktur. Avviket fra regelen er snarere en diskresjonær størrelse som i min løsning gir en viss grad av handlingsfrihet for de folkevalgte.

Figur 4 illustrerer at løsningen på modellen *i forventning* gir en uendret realverdi på den finansielle petroleumsformuen til evig tid. Konsummulighetene for alle fremtidige generasjoner vil dermed, alt annet likt, være like.

8.1 Mulige årsaker til avvik

En mulig forklaring på at min numeriske løsning sier at en skal bruke ca 5 % i gjennomsnitt og ikke, slik som handlingsregelen sier, en fast 4 % andel av petroleumsformuen i hver periode er at ”Retningslinjene for bruken av oljeinntekter tar utgangspunkt i en normal konjunktur situasjon”[4]. Handlingsregelen baserer seg dermed på et konjunkturjustert underskudd på statsbudsjettet. ”En normal konjunktur situasjon” er i min modell å anse som steady-state nivå for verdiskapningen. Sjokkene i total faktorproduktivitet skaper svingninger i verdiskapningen og jeg vil dermed aldri ha et konjunkturjustert nivå for verdiskapningen per konstruksjon.

En annen mulig forklaring er at byråkratene i sin tid ønsket å binde opp politikerne ved å sette en fast grense (og ikke i gjennomsnitt) slik at bruken av oljeformuen ikke skal være overlatt til politisk spill og diskresjonær politikk. Politisk spill, hvor politikerne bevilger midler til gode formål uten en tidskonsistent (fordelings)politikk i tankene, vil øke risikoen for at en over tid bruker mer av petroleumsformuen enn dens realavkastning. Dette er imidlertid utenfor min modellramme.

Det ville i så fall ikke være første gang i historien at man ikke har tillitt til at politikerne fører en tidskonsistent optimal politikk. Tempoutvalget med dets leder Hermod Skånland anbefalte i sin tid en løsning for bruk av oljepenger som er i tråd med dagens, men samtidig hadde det ikke hadde tro på at det ville vær mulig for politikerne å spare så store beløp som Statens Pensjonsfond – Utland representerer: ”Det kan også være tvilsomt om det er politisk mulig å få den permanente tilslutning til en slik politikk som ville være en forutsetning for at den

[4] Stortingsmelding nr. 29 (2000-2001)

skulle kunne gjennomføres. Ut fra de holdninger vi kjenner både i det politiske miljø og generelt i befolkningen, er det vanskelig å tenke seg at hundretalls av milliarder blir plassert som fordringer i utlandet, samtidig som en står overfor udekkede behov innenlands og kanskje også sviktende sysselsetting som nære og påtrengende problemer."

Svarene på spørsmålene jeg stiller innledningsvis er altså: Ja, en enkel dynamisk økonomisk modell slik som den neoklassiske vekstmodellen kan i stor grad redegjøre for handlingsregelen slik vi kjenner den fra Finansdepartementets hjemmesider. Resultatene jeg har kommet frem til viser også at det er grunn til å tro at et alment kjent formelt, analytisk rammeverk for regelen vil kunne gi et bedre grunnlag for en mer strukturert diskusjon av handlingsregelen.

Referanser

Cooley, Thomas F. (1997): ”Calibrated Models” Oxford Review of Economic Policy, 13(3): 55-69.

Dimson, Elroy , Marsh, Paul og Staunton, Mike (2002): “Triumph of the Optimist, 101 years of Global Investment Returns” Princeton University Press.

Hamilton, James D (1994): “Time Series Analysis” Princeton University Press.

Henriksen, Espen (2006): ”Bellman og Halvorsen”. Økonomisk Forum Nr.8

Krueger, Dirk: ”Quantitative Macroeconomics”
http://www.wiwi.uni-frankfurt.de/Professoren/krueger/teaching/QuantMacro.pdf

Krusell, Per: “Lecture Notes for Macroeconomics”
http://www.econ.yale.edu/smith/econ510a/book.pdf

Kydland, Finn E. og Prescott, Edward C. (1990): ”Business Cycles: Real facts and a monetary myth” . Federal Reserve Bank of Minneapolis, Quarterly Review, 14(2):3-18.

Matlab Primer
http://www.cs.cmu.edu/afs/cs.cmu.edu/misc/matlab/common/www/matlab_primer.pdf

Norges offentlige utredninger (NOU 1983:27) ”Petroleumsvirksomhetens framtid” (Tempo-utvalget) side 90.

Norges offentlige utredninger (NOU 1988:21) ”Norsk økonomi i forandring” (Steigum-utvalget)

Norges offentlige utredninger (NOU 1992:26) ”En nasjonal strategi for sysselsettingen i 1990-årene” (Sysselsettingsutvalget)

Norges offentlige utredninger (NOU 2000:21) ”En strategi for sysselsetting og verdiskapning” (Holden-utvalget)

Olsen, Øystein og Skjæveland, Arent (2002): ”Handlingsregelen for bruken av oljeinntekter” Kapittelet i boken ”Hva gjør oljeinntektene med oss?” Redigert av Arne Jon Isachsen.

Rice, John A (1995) ”Mathematical Statistics and Data Analysis” 2.edition. Duxbury Press

Stortingsmelding nr. 29 (2000-2001): ”Retningslinjer for den økonomiske politikken”

Stortingsmelding nr. 24 (2006-2007): ”Om forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2006”

Stortingsmelding nr. 16 (2007-2008): ” Om forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2007”

Tauchen og Hussey (1991): Econometrica, Vol. 59(2), side 371-396.

Williamson Stephen (2001), “Notes on Macroeconomic Theory” http://www.biz.uiowa.edu/faculty/swilliamson/courses/2001/notes01.pdf

Vedlegg 1

$$L = \underset{c_t, k_{t+1}, a_{t+1}}{Max} E_t \{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (u(c_t) + \lambda^t (e^{z_t} f(k_t, h_t) + (1 + r_{t+1}^I) a_t - a_{t+1} - c_t - k_{t+1} + (1-\delta) k_t -$$

$$\pi \frac{(k_{t+1} - k_t)^2}{k_t}))\}$$

Førsteordensbetingelsene for henholdsvis konsum, realkapital i neste periode og finansiell petroleumsformue i neste periode er:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad u^{'}(c_t) = \lambda^t \qquad (11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_{t+1}} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\beta^t \lambda^t (-1) - \beta^t \lambda^t (2\pi \frac{(k_{t+1} - k_t)}{k_t}) + \beta^{t+1} \lambda^{t+1} (e^{z_{t+1}} f_1^{'}(k_{t+1}, h_{t+1}) + (1-\delta)$$

$$- \pi \frac{2(k_{t+2} - k_{t+1})(-1) k_{t+1} - (k_{t+2} - k_{t+1})^2}{k_{t+1}^2}) = 0$$

$$\lambda^t (1 + MKK_t) = E_t \beta^t \lambda^{t+1} (1 + R_{t+1}) \Leftrightarrow \lambda^t = E_t \beta^t \lambda^{t+1} \frac{(1 + R_{t+1})}{(1 + MKK_t)} \qquad (12)$$

Hvor $MKK_t = 2\pi \frac{(k_{t+1} - k_t)}{k_t}$ og $R_{t+1} = e^{z_{t+1}} f_1^{'}(k_{t+1}, h_{t+1}) - \delta + \pi((\frac{k_{t+2}}{k_{t+1}})^2 - 1)$

$$\frac{\partial L}{\partial a_{t+1}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda^t (-1) + E_t \beta^t \lambda^{t+1} (1 + r_{t+2}^I) = 0 \Leftrightarrow \lambda^t = E_t \beta^t \lambda^{t+1} (1 + r_{t+2}^I) \qquad (13)$$

Siden (11) gjelder for alle perioder har vi også at $u^{'}(c_{t+1}) = \lambda^{t+1}$. Sammen med (11) og (12) får vi Eulerligningen.

$$u^{'}(c_t) = E_t \beta^t u'(c_{t+1}) \frac{(1+R_{t+1})}{(1+MKK_t)}$$

Eulerligningen viser individets optimale intertemporale fordeling av konsum.

Ved å sette (12) og (13) sammen får vi

$$E_t \beta^t \lambda^{t+1} \frac{(1+R_{t+1})}{(1+MKK_t)} = E_t \beta^t \lambda^{t+1} (1 + r_{t+2}^I)$$

Vi ser av modellen at vi må ha udekket renteparitet mellom innenlandsk og utenlandsk rente, det vil si forventningene til de to rentene må være like.

Vedlegg 2

Med rekursiv notasjon får vi (r = r^{I} her)

$v(z,r^{'},k,a) = \underset{k',a'}{Max}\{u(c) + E_{z'/z}\beta v(z',r'',k',a')\}$ gitt ressursbeskrankningen:

$$c = e^{z} f(k,h) + (1+r^{'})a - a' - k' + (1-\delta)k - \pi\frac{(k'-k)^{2}}{k}$$

Ressursbeskrankningen må holde for enhver realisering av total faktor produktivitetssjokk og internasjonal finansiell realavkastning, ikke bare i forventning.

Dersom en antar at verdifunksjonen, $v(z,r^{'},k',a')$, er konkav og kontinuerlig deriverbar, kan en finne de unike stasjonære beslutningsreglene for kontrollvariablene ved hjelp av førsteordensbetingelsene.

$$\frac{\partial v(z,r^{'},k',a')}{\partial k'} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u(c)}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial k'} + E_{z'/z}\beta\frac{\partial v(z',r^{I'},k',a')}{\partial k'} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial c}((-1) - 2\pi\frac{(k'-k)}{k}) + E_{z'/z}\beta\frac{\partial v(z,r',k',a')}{\partial k'} = 0$$

Verdifunksjonen, v(z, r', k', a'), er ukjent. Vi kan imidlertid benytte omhyllingsteoremet med hensyn til den endogene tilstandsvariabelen k og få

$$\frac{\partial v(z,r',k',a')}{\partial k} = \frac{\partial u(c)}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial k} = \frac{\partial u(c)}{\partial c}(e^{z} f_{1}^{'}(k,h) + (1-\delta) - \pi(\frac{2(k'-k)(-1)k + (k'-k)^{2}}{k^{2}}))$$

Siden vi har et stasjonært rekursivt problem har vi også

$\frac{\partial v(z,r,k',a')}{\partial k'} = \frac{\partial u(c')}{\partial c'} e^{z'} f_{1}^{'}(k',h') + (1-\delta) - \pi(\frac{2(k''-k')(-1)k' + (k''-k')^{2}}{k^{'2}})$ som vi kan sette inn for i førsteordensbetingelsen. Vi får:

$$\frac{\partial u(c)}{\partial c} = E_{z'/z}\beta\frac{\partial u(c')}{\partial c'}(e^{z'} f_{1}^{'}(k',h') + (1-\delta) - \pi(\frac{2(k''-k')(-1)k' + (k''-k')^{2}}{k^{'2}})) \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial u(c)}{\partial c}(1+2\pi\frac{(k'-k)}{k}) = E_{z'/z}\beta\{\frac{\partial u(c')}{\partial c'}(e^{z'}f_1'(k',h')+(1-\delta)-\pi(\frac{2(k''-k')(-1)k'+(k''-k')^2}{k'^2}))\}$$

eller

$$\frac{\partial u(c)}{\partial c}(1-MKK') = E_{z'/z}\beta\frac{\partial u(c')}{\partial c'}\{1+R'') \Leftrightarrow \frac{\partial u(c)}{\partial c} = E_{z'/z}\beta\frac{\partial u(c')}{\partial c'}\frac{(1+R'')}{(1+MKK')} \qquad (14)$$

Hvor $MKK' = 2\pi\frac{(k'-k)}{k}$ og

$R'' = e^{z'}f_1'(k',h')-\delta+\pi((\frac{k''}{k'})^2-1)$

Dette er den optimale intertemporale tilpasningen med hensyn til konsum, også kjent som Eulerligningen.

Førsteordensbetingelsen for a' er:

$$\frac{\partial v(z,r,k',a')}{\partial a'} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u(c)}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a'} + E_{z'/z}\beta\frac{\partial v(z,r,k',a')}{\partial a'} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial c}(-1) + E_{z'/z}\beta\frac{\partial v(z,r,k',a')}{\partial a'} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial u(c)}{\partial c} = E_{z'/z}\beta\frac{\partial v(z,r',k',a')}{\partial a'}$$

Men verdifunksjonen, v(z, r’, k’, a’), er ukjent. Vi kan som ovenfor benytte omhyllingsteoremet med hensyn til den endogene tilstandsvariabelen a og få

$$\frac{\partial v(z,r',k',a')}{\partial a} = \frac{\partial u(c)}{\partial c}\frac{\partial c}{\partial a} = \frac{\partial u(c)}{\partial c}(1+r')$$

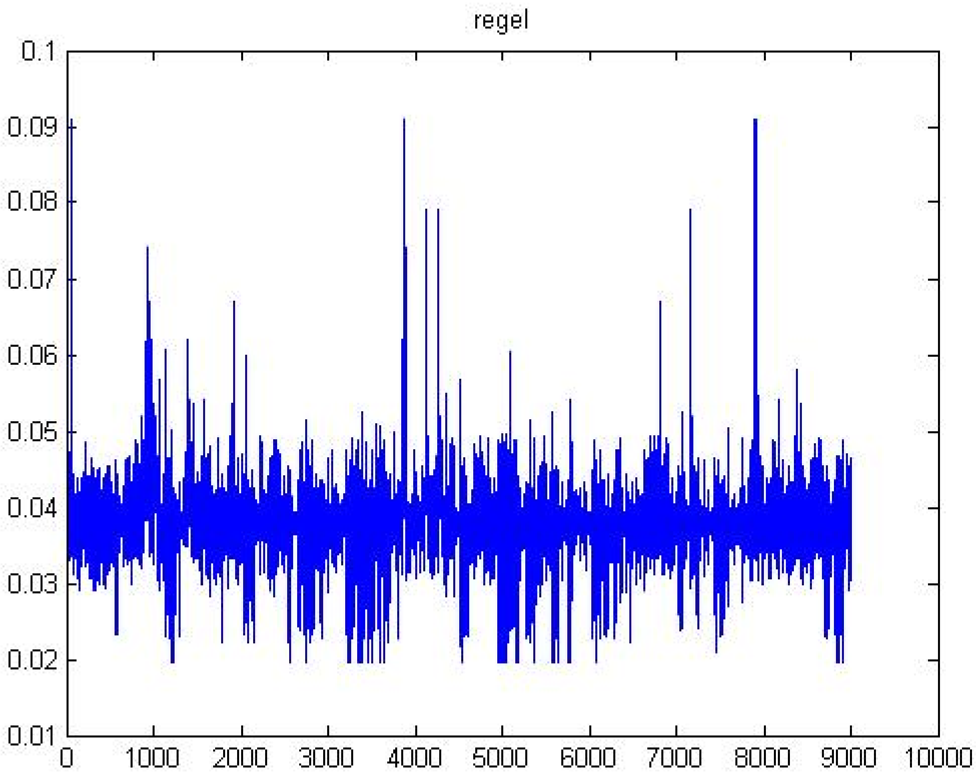
Siden vi har et stasjonært rekursivt problem har vi også

$\frac{\partial v(z,r,k',a')}{\partial a'} = \frac{\partial u(c')}{\partial c'}(1+r^{I''})$ som vi kan sette inn for i førsteordensbetingelsen. Vi får

$\frac{\partial u(c)}{\partial c} = E_{z'/z}\beta \frac{\partial u(c')}{\partial c'}(1+r^{I''})$ Vi ser fra (14) at vi må ha $(1+r^{I''}) = \frac{(1+R'')}{(1+MKK')}$ det vil si den innenlandske netto marginalavkastningen på kapital må være lik den internasjonale finansielle realavkastningen.

Vedlegg 3

Utfallsrommet for r^{I}_{t+1} er {- 0.02, 0.00, 0.02, 0.041, 0.06, 0.08, 0.10} med tilhørende sannsynligheter {0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.20, 0.10, 0.05}). Dette gir E (r^{I}_{t+1}) = 4 % .



Statistisk analyse av dataserien viser at gjennomsnittsverdi er på 0,03853 og standardavviket er på 0,0052. I beregningene er det benyttet en verdi på beta på 1/1+0,04 = 0,9615.

Siden beslutningen om bruk av oljepenger skjer på begynnelsen av året kan en i gjennomsnitt ikke bruke 4 %, men 96,15 % av 4 %. (0,03846*1,04 = 0,04). Dette er konsistent med husholdningens vurdering av nytte av konsum i dag relativt til i neste periode; deres diskonteringsparameter er beta = 0,9615. Av dette følger at de krever en kompensasjon for å utsette konsum i en periode på 4 %.

Vedlegg 4

```
% Modell med eksogent gitt arbeidstilbud, h=1 og to stokastiske prosesser;
% for finansiell realavkastning r og total faktorproduktivitet z
clear;

% Definerer de strukturelle parametrene i modellen;
% d.v.s politikk uavhengige preferanse-, teknologi- og rente
% parametre
% alpha : kapitalens andel av verdiskapningen
% beta  : diskonteringsfaktor i forhold til tid
% delta : kapitalslit rate
% sigma : risiko-aversjons parameter, også intertemporal substitusjons
% parameter
% phi   : kapitaljusteringskostnads parameter
alpha = .35;
beta  = 1/(1.0495);
delta = .025;
sigma = 1;
phi = 7


% Antall eksogene tilstander for r
dimr = 18;

% Verdi for r

r = [-0.4
-0.35
-0.30
-0.25
-0.20
-0.15
-0.10
-0.05
-0.0
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45];

% Sannsynligheter for r

prr = [ 0.0014
0.0025
0.007
0.015
0.036
```

```
0.055
0.0742
0.1122
0.125
0.14
0.125
0.1122
0.0742
0.055
0.036
0.02
0.007
0.0023];

% Forventet verdi for r

rbar = prr'*r

sum (prr)


% Antall eksogene tilstander for z
dimz=5;

zbar= 0.0;

% Utfallsverdier for z
z=[-0.0203
    -0.0096
    0
    0.0096
    0.0203];


% Markovs overgangsmatrise for z
Pi=[0.7435 0.2428 0.0136 0.0001 0.0000
    0.1906 0.5633 0.2305 0.0155 0.0001
    0.0101 0.2194 0.5410 0.2194 0.0101
    0.0001 0.0155 0.2305 0.5633 0.1906
    0.0000 0.0001 0.0136 0.2428 0.7435];


% Finner steady-state nivå for kapital som en funksjon av de strukturelle
% parametrene
kstar = ((1/beta - (1 - delta))/(alpha*exp(zbar)))^(1/(alpha-1));


% Finner steady-state nivå for finans kapital som en funksjon av de
strukturelle
% parametrene
astar= kstar/2;


% Finner steady-state nivå for konsum som en funksjon av de strukturelle
```

```
% parametrene
cstar = exp(zbar)*kstar^alpha + (1+rbar)*astar-astar+(1-delta)*kstar -
kstar;

% Definerer antall diskrete verdier k kan anta
gk = 25;
k  = linspace(0.8*kstar,1.2*kstar,gk);


% Definerer antall diskrete verdier a kan anta
ga = 75;
a  = linspace(0.1*astar,2.8*astar,ga);


% Beregner en (gk x ga x gz x gr x gk x ga) (6) dimensjonal konsum matrise
c
%   for alle (gk x ga x dimz x dimr x gk x ga) verdier av k_t+1,
a_t+1,z_t+1, r_t+1, k_t, a_t.
for h = 1 : gk
   for i = 1 : ga
       for j = 1 : dimz
           for l = 1 : dimr
               for m = 1 : gk
                   for n = 1 : ga
                        c(h,i,j,l,m,n) = exp(z(j))*k(m)^alpha +
(1+r(l))*a(n)-a(i)+(1-delta)*k(m) - k(h) - phi*((k(h)-k(m))^2)/k(m);
                        if c(h,i,j,l,m,n) < 0
                           c(h,i,j,l,m,n) = 0;
                        end
                        % h er løpeindeks for kontrollvariabelen k_t+1
                        % i er løpeindeks for kontrollvariabelen a_t+1
                        % j er løpeindeks for den eksogene
tilstandsvariabelen z_t+1
                        % l er løpeindeks for den eksogene
tilstandsvariabelen r_t+1
                        % m er løpeindeks for den endogene
tilstandsvariabelen k_t
                        % n er løpeindeks for den endogene
tilstandsvariabelen a_t
                   end
               end
           end
       end
   end
end
% beregner en nytte matrise u av konsum

warning off all
for h = 1 : gk
   for i = 1 : ga
       for j = 1 : dimz
           for l=1: dimr
               for m=1:gk
                   for n=1:ga
```

```
                    if sigma == 1
                        u(h,i,j,l,m,n) = log(c(h,i,j,l,m,n));
                    else
                        u(h,i,j,l,m,n) = (c(h,i,j,l,m,n)^(1-sigma) -
1)/(1-sigma);
                    end
                   end
               end
           end
       end
   end
end
warning on
clear h i j l m n
clear c


% Definerer den initiale matrisen v som en matrise av kun nuller.
v = zeros(dimz,dimr,gk,ga);


% Setter parametre for løkken
convcrit = 1E-6;  % valgt konvergens kriterie
diff = 1000;      % arbitrær initial verdi større enn konvergens kriterie
iter = 0;         % iterasjons teller

while diff > convcrit
    % for hver kombinasjon av z_t+1, r_t+1, k_t and a_t
    % finer en de k_t+1 and a_t+1 som maksimerer summen av øyeblikkelig
    % nytte og neddiskontert fremtidig nytte

    for j = 1 : dimz
        for l = 1 : dimr
            for m =1 : gk
                for n = 1 : ga
                    % beregner forventet fremtidig nytte
                    ecu = 0;
                    for o = 1:dimr
                        for p = 1:dimz
                        ecu = ecu + Pi(j,p)*prr(o)*squeeze(v(p,o,:,:));
                        end
                    end
                    objfn(:,:,j,l,m,n) = u(:,:,j,l,m,n)+ beta*ecu;
                    Tv(j,l,m,n) = max(max(objfn(:,:,j,l,m,n)));
                    clear ecu;
                end
            end
        end
    end
    diff = max(max(max(max(abs(v - Tv)))));
    v = Tv;


    if mod(iter,1) == 0
```

```
        fprintf(' %3.0f \t %1.9f \n', [iter diff])
    end
    save temp.mat -V6 v
    iter = iter + 1;
end
disp(iter)
clear j l m n Tv iter diff convcrit


for j = 1 : dimz % Tilstands variablene z, r, k og a skal løpe for å finne
beslutningsregler for kontroll vars k' og a'
    for l = 1 : dimr
        for m = 1 : gk
            for n = 1 : ga
                ecu = 0;
                for o  = 1 : dimr
                    for p = 1:dimz
                        ecu = ecu + Pi(j,p)*prr(o)*squeeze(v(p,o,:,:));
                    end
                end
                objfn = u(:,:,j,l,m,n)+ beta*ecu;
                clear tmp;
                [Y1,I1] = max(objfn,[],1);
                [Y2,I2] = max(Y1,[],2);
                krule(j,l,m,n) = I1(I2);
                arule(j,l,m,n) = I2;
                kdecrule(j,l,m,n)  = k(krule(j,l,m,n)); %Beslutningsregel
for k'
                adecrule(j,l,m,n)  = a(arule(j,l,m,n)); %Beslutningsregel
for a'
                clear Y1 Y2 I1 I2 objfn

            end
        end
    end
end

clear u

% Starter simmuleringer

if mod(gk,2) == 0              % rest etter divisjon med 2
    kstate = gk/2;
else
    kstate = (gk-1)/2 + 1;
end


if mod(ga,2) == 0              % rest etter divisjon med 2
    astate = ga/2;
else
    astate = (ga-1)/2 + 1;
end
```

```
if mod(dimr,2) == 0            % rest etter divisjon med 2
    rstate = dimr/2;
else
    rstate = (dimr-1)/2 + 1;
end

zstate = 1;

kprime = k(kstate);
aprime = a(astate);

for ctr = 1 : 10000
    kcurr = kprime;
    acurr = aprime;

    draw = rand;                %Trekker en stokastisk prosess for z

    if zstate == 1
        if draw < Pi(1,1)
            zstate = 1;
        else
            for j = 1:(dimz-1)
                if (draw > sum(Pi(1,1:j)) & (draw < sum(Pi(1,1:(j+1)))))
                    zstate = j+1;
                end
            end
        end
    end


  if zstate == 2
        if draw < Pi(2,1)
            zstate = 1;
        else
            for j = 1:(dimz-1)
                if (draw > sum(Pi(2,1:j)) & (draw < sum(Pi(2,1:(j+1)))))
                    zstate = j+1;
                end
            end
        end
    end


  if zstate == 3
        if draw < Pi(3,1)
            zstate = 1;
        else
            for j = 1:(dimz-1)
                if (draw > sum(Pi(3,1:j)) & (draw < sum(Pi(3,1:(j+1)))))
                    zstate = j+1;
                end
            end
        end
```

```
     end

    if zstate == 4
         if draw < Pi(4,1)
             zstate = 1;
         else
             for j = 1:(dimz-1)
                 if (draw > sum(Pi(4,1:j)) & (draw < sum(Pi(4,1:(j+1)))))
                     zstate = j+1;
                 end
             end
         end
    end

    if zstate == 5
        if draw < Pi(5,1)
             zstate = 1;
         else
             for j = 1:(dimz-1)
                 if (draw > sum(Pi(5,1:j)) & (draw < sum(Pi(5,1:(j+1)))))
                     zstate = j+1;
                 end
             end
        end
    end




     draw = rand;            %Trekker en stokastisk prosess for r
     if draw < prr(1)
         rstate = 1;
     else
         for i = 1 : (dimr-1)
             if (draw > sum(prr(1:i))) & (draw < sum(prr(1:(i+1))))
                 rstate = i + 1;
             end
         end
     end

      % Simmulerer dataserier for variablene
     kprime = kdecrule(zstate,rstate,kstate,astate);
     aprime = adecrule(zstate,rstate,kstate,astate);


     ksim(ctr,1) = kcurr;
     asim(ctr,1) = acurr;
     regelsim(ctr,1) = 1 - aprime/((1+r(rstate))*acurr);

     osim(ctr,1) = (1+ r(rstate))*acurr - aprime;
     empksim(ctr,1) = Pi(zstate,1)*alpha*exp(z(1))*kprime^(alpha-1) +
Pi(zstate,2)*alpha*exp(z(2))*kprime^(alpha-1) +
Pi(zstate,3)*alpha*exp(z(3))*kprime^(alpha-1) +
Pi(zstate,4)*alpha*exp(z(4))*kprime^(alpha-1) +
```

```
Pi(zstate,5)*alpha*exp(z(5))*kprime^(alpha-1) - delta - phi*((kprime-
kcurr)^2)/kcurr;
    % sim "expected marginal product of capital"

    isim(ctr,1) = kprime - (1-delta)*kcurr +  phi*((kprime-
kcurr)^2)/kcurr;
    ysim(ctr,1) = exp(z(zstate))*kcurr^alpha;
    csim(ctr,1) = ysim(ctr,1) - isim(ctr,1) + osim(ctr,1);

    rsim(ctr,1) = r(rstate);
    zsim(ctr,1) = z(zstate);

    accsim(ctr,1) = phi*(kprime - kcurr)^2/kcurr; %sim "adjustment costs
of capital"
    nfisim(ctr,1) = aprime-acurr;           %sim "net foreign investment"
    niisim(ctr,1) = r(rstate)*acurr;    % sim "net interest income"

    kstate = krule(zstate,rstate,kstate,astate);
    astate = arule(zstate,rstate,kstate,astate);
end

% Trekker fra de 999 første simmulerte verdiene
k = ksim(1000:10000);
a = asim(1000:10000);
regel = regelsim(1000:10000);
o = osim(1000:10000);
empk = empksim(1000:10000);
i = isim(1000:10000);
y = ysim(1000:10000);
c = csim(1000:10000);
r = rsim(1000:10000);
z = zsim(1000:10000);
acc = accsim(1000:10000);
nfi = nfisim(1000:10000);
nii = niisim(1000:10000);



save masteroppgave6 k a regel o empk i y c r z acc nfi nii
clear ctr draw
```

Vedlegg 5

```
function [Z,Zprob] = tauchenhussey(N,mu,rho,sigma,baseSigma)
% Function tauchenhussey
%
% Purpose:    Finds a Markov chain whose sample paths
%             approximate those of the AR(1) process
%                 z(t+1) = (1-rho)*mu + rho * z(t) + eps(t+1)
%             where eps are normal with stddev sigma
%
% Format:     {Z, Zprob} = TauchenHussey(N,mu,rho,sigma,m)
%
% Input:      N         scalar, number of nodes for Z
%             mu        scalar, unconditional mean of process
%             rho       scalar
%             sigma     scalar, std. dev. of epsilons
%             baseSigma scalar, std. dev. used to calculate Gaussian
%                       quadrature weights and nodes, i.e. to build the
%                       grid. I recommend that you use baseSigma = w*sigma
+
%                       (1-w)*sigmaZ where sigmaZ = sigma/sqrt(1-rho^2),
%                       and w = 0.5 + rho/4. Tauchen & Hussey recommend
%                       baseSigma = sigma, and also mention baseSigma =
sigmaZ.
%
% Output:     Z       N*1 vector, nodes for Z
%             Zprob   N*N matrix, transition probabilities
%
%     Martin Floden, Stockholm School of Economics
%     January 2007 (updated August 2007)
%
%     This procedure is an implementation of Tauchen and Hussey's
%     algorithm, Econometrica (1991, Vol. 59(2), pp. 371-396)



N = 5;
mu = 0;
rho = 0.95;
sigma = 0.007;
baseSigma = 0.0071;


Z     = zeros(N,1);
Zprob = zeros(N,N);

[Z,w] = gaussnorm(N,mu,baseSigma^2);   % See note 1 below


for i = 1:N
    for j = 1:N
```

```
        EZprime    = (1-rho)*mu + rho*Z(i);
        Zprob(i,j) = w(j) * norm_pdf(Z(j),EZprime,sigma^2) /
norm_pdf(Z(j),mu,baseSigma^2)
    end
end

for i = 1:N
    Zprob(i,:) = Zprob(i,:) / sum(Zprob(i,:),2)
end



function c = norm_pdf(x,mu,s2)
    c = 1/sqrt(2*pi*s2) * exp(-(x-mu)^2/2/s2);


function [x,w] = gaussnorm(n,mu,s2)
% Find Gaussian nodes and weights for the normal distribution
% n  = # nodes
% mu = mean
% s2 = variance

[x0,w0] = gausshermite(n);
x = x0*sqrt(2*s2) + mu;
w = w0 / sqrt(pi);


function [x,w] = gausshermite(n)
% Gauss Hermite nodes and weights following "Numerical Recipes for C"

MAXIT = 10;
EPS   = 3e-14;
PIM4  = 0.7511255444649425;

x = zeros(n,1);
w = zeros(n,1);

m = floor(n+1)/2;
for i=1:m
    if i == 1
        z = sqrt((2*n+1)-1.85575*(2*n+1)^(-0.16667));
    elseif i == 2
        z = z - 1.14*(n^0.426)/z;
    elseif i == 3
        z = 1.86*z - 0.86*x(1);
    elseif i == 4
        z = 1.91*z - 0.91*x(2);
    else
        z = 2*z - x(i-2);
    end

    for iter = 1:MAXIT
        p1 = PIM4;
        p2 = 0;
```

```
        for j=1:n
            p3 = p2;
            p2 = p1;
            p1 = z*sqrt(2/j)*p2 - sqrt((j-1)/j)*p3;
        end
        pp = sqrt(2*n)*p2;
        z1 = z;
        z = z1 - p1/pp;
        if abs(z-z1) <= EPS, break, end
    end
    if iter>MAXIT, error('too many iterations'), end
    x(i)     = z;
    x(n+1-i) = -z;
    w(i)     = 2/pp/pp;
    w(n+1-i) = w(i);
end
x(:) = x(end:-1:1);

% Note 1: If you have Miranda and Fackler's CompEcon toolbox you can use
% their qnwnorm function to obtain quadrature nodes and weights for the
% normal function: [Z,w] = qnwnorm(N,mu,baseSigma^2);
% Compecon is available at http://www4.ncsu.edu/~pfackler/compecon/
% Otherwise, use gaussnorm as here.
```

Vedlegg 6

```
clear all
close all
load Korrelasjoner9
mean(y)
mean(regel)

ystd = std(y)/mean(y);
niistd = std(nii)/mean(nii);
cstd = std(c)/mean(c);
istd = std(i)/mean(i);
nfistd = std(nfi)/mean(nfi);
ostd = std(o)/mean(o);
rstd = std(r)/mean(r);
zstd = std(z)/mean(z);

ystdy = ystd/ystd;
niistdy = niistd/ystd;
cstdy = cstd/ystd;
istdy = istd/ystd;
nfistdy = nfistd/ystd;
ostdy = ostd/ystd;
rstdy = rstd/ystd;
zstdy = zstd/ystd;

ycorry = corrcoef(y,y);
niicorry = corrcoef(y,nii);
ccorry = corrcoef(y,c);
icorry = corrcoef(y,i);
nficorry = corrcoef(y,nfi);
ocorry = corrcoef(y,o);
rcorry = corrcoef(y,r);
zcorry = corrcoef(y,z);

fprintf(' \n')
fprintf(' \t Mean      \t St.dev.   \t Std rel y \t Cont.corr y \n');
fprintf(' y \t %1.5f   \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(y) ystd ystdy ycorry(1,2)])
fprintf(' nii \t %1.5f \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(nii) niistd niistdy niicorry(1,2)])
fprintf(' c \t %1.5f   \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(c) cstd cstdy ccorry(1,2)])
fprintf(' i \t %1.5f   \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(i) istd istdy icorry(1,2)])
fprintf(' nfi \t %1.5f \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(nfi) nfistd nfistdy nficorry(1,2)])
fprintf(' o \t %1.5f   \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(o) ostd ostdy ocorry(1,2)])
fprintf(' r \t %1.5f   \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(r) rstd rstdy rcorry(1,2)])
```

```
fprintf(' z \t %1.5f   \t %1.5f     \t %1.5f     \t %1.5f       \n',
[mean(z) zstd zstdy zcorry(1,2)])
fprintf(' \n')
fprintf(' \n')
fprintf(' \n')



for ctr = 1 : 5
    tmp = corrcoef(y(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(1,ctr) = tmp(2,1);
    tmp = corrcoef(nii(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(2,ctr) = tmp(2,1);
    tmp = corrcoef(c(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(3,ctr) = tmp(2,1);
    tmp = corrcoef(i(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(4,ctr) = tmp(2,1);
    tmp = corrcoef(nfi(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(5,ctr) = tmp(2,1);
     tmp = corrcoef(o(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(6,ctr) = tmp(2,1);
     tmp = corrcoef(r(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(7,ctr) = tmp(2,1);
     tmp = corrcoef(z(ctr:8990+ctr,1),y(3:8993,1));
    corrtable(8,ctr) = tmp(2,1);
end
clear tmp ctr

fprintf('        t-2    t-1      t    t+1     t+2      \n')
fprintf(' y     %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(1,:)])
fprintf(' nii   %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(2,:)])
fprintf(' c     %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(3,:)])
fprintf(' i     %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(4,:)])
fprintf(' nfi   %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(5,:)])
fprintf(' o     %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(6,:)])
fprintf(' r     %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(7,:)])
fprintf(' z     %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f  %1.4f      \n',
[corrtable(8,:)])
```